EXERCICE N°1 : 3 points 15 '

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\int_1^x \frac{\cos^2 t}{t}\,dt$.

Répondre par **vrai** ou **faux** à chacune des affirmations suivantes, **en justifiant la réponse**.

1°) Pour tout $x>0$, $f'(x)\geq 0$.

2°) Pour tout $x>0$, $f(x)\geq 0$.

3°) $f(2)\leq \ln 2$.

EXERCICE N°2: 6 points 45 '

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On considère les points : $A(3,-2,2)$; $B(6,1,5)$ et $C(6,-2,-1)$

1°) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A, puis calculer son aire.

2°) Montrer que le plan P dont une équation cartésienne est $x+y+z-3=0$, passe par A et perpendiculaire à la droite (AB).

3°) Donner une équation cartésienne du plan Q passant par A et perpendiculaire à (AC)

4°) On considère le droite Δ donnée par le système de représentation paramétrique suivant :

$$\begin{cases} x=-1+ln\left(e^2.t\right) \\ y=2+ln\left(\frac{1}{t^2}\right) \quad \left(t\in IR_+^*\right) \\ z=ln(t) \end{cases}$$

a) Montrer que les plans P et Q sont sécants suivant la droite Δ. (poser $\alpha=Ln(t)$)

b) Vérifier que le point $D(0,4,-1)$ appartient à la droite Δ.

c) Vérifier que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC) et déduire une équation cartésienne du plan (ABC).

5°) a) Vérifier que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires, et calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.

b) Déterminer une mesure (en radian) de l'angle BDC.

6°) a) Calculer l'aire du triangle BDC.

b) Déduire la distance A au plan (BDC).

7°) Préciser l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace vérifiant : $(x+y+z-3)^2+(x-z-1)^2=0$

8°) Déterminer les centres des sphères tangentes au plan P en A et de rayon $r=3\sqrt{3}$

9°) Soit (S_m) la sphère de centre B et de rayon m. (avec $m\in IR_+^*$)

a) Déterminer les valeurs de m pour lesquels (S_m) et P sont sécants suivant un cercle de rayon 3.

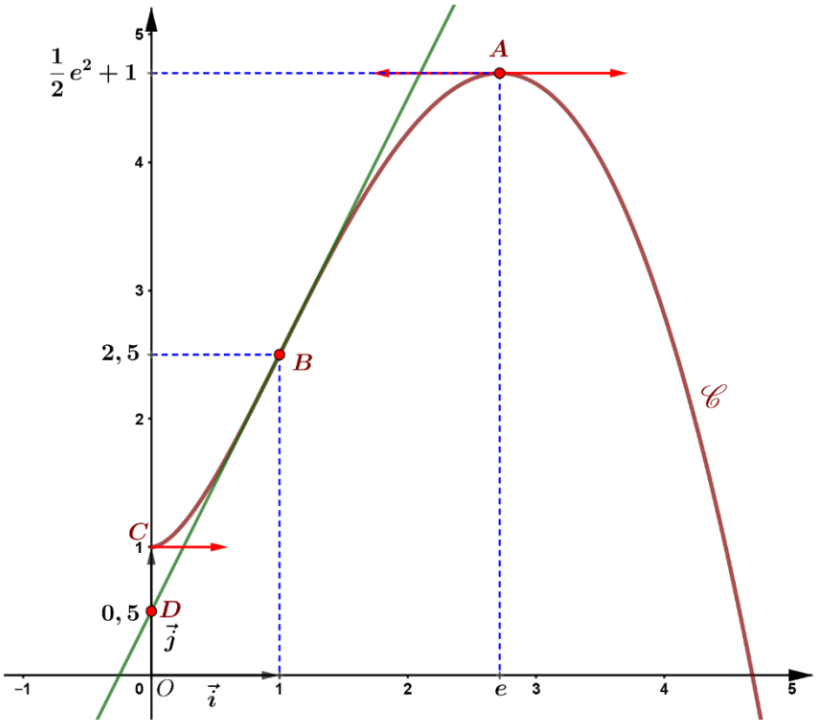
b) Préciser : $(S_5\cap P)$ puis $(S_6\cap P)$.

Tous droits réservés © TakiAcademy.com

EXERCICE N°3 : 6 points 45 '

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, les courbes $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x)=\frac{3}{2}x^2-x^2\ln(ax)+b \text{ , si } x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$.

- Les points A, B et C appartiennent à $\mathscr{C}$.
- La droite (BD) est la tangente à f au point B.
- $\mathscr{C}$ admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.



1°) À l'aide d'une lecture graphique :

a) Déterminer $f'(1)$, $f'(e)$, $f''(1)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$.

b) Donner une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.

2°) a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x\in]0,+\infty[$, déduire que : $a=b=1$.

b) Etudier alors la dérivabilité de f à droite en 0.

c) Dresser le tableau de variation de f.

3°) Soit $\mathcal{P}$ la parabole d'équation : $y=\frac{1}{2}x^2+1$.

a) Etudier la position de $\mathcal{P}$ par rapport à $\mathscr{C}$ sur $[0,+\infty[$.

b) Tracer sur $[0,+\infty[$ la partie de $\mathcal{P}$ dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

4°) Soit $n\in IN^*$, on pose $I_n=\int_{\frac{1}{n}}^{e} x^2-x^2\ln x\,dx$.

a) Interprétation graphiquement I_n.

b) Exprimer I_n en fonction de n.

c) Déduire l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$, la parabole $\mathcal{P}$ et les droite d'équations : $x=0$ et $x=e$.

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

EXERCICE N°4 : 5 points 35 '

I/ Cocher la réponse exacte :

La suite (I_n) définie sur IN par : $I_n = \int_0^n \sqrt{x}\, e^x dx$ est une suite :

a/ croissante b/ décroissante c/ stationnaire

II/ On pose $u_0 = \int_0^1 e^{-2x} dx$ et $u_n = \int_0^1 x^n e^{-2x} dx$ pour tout $n \in IN^*$.

1) Calculer u_0 et u_1.

2) a) Montrer à l'aide d'une intégration par parties, que :

$u_{n+1} = (n+1)u_n - e^{-2}$ pour tout $n \in IN^*$.

b) En déduire que $u_2 = \frac{1}{4}(1 - 5e^{-2})$.

3) a) Montrer que la suite (u_n) est décroissante et que $u_n \geq 0 \; \forall \, n \in IN^*$.

b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.

4) a) Montrer que pour tout $x \in [0,1]$ on a : $0 \leq x^n e^{-2x} \leq x^n$

b) En déduire que pour tout $\in IN^*$, $0 \leq u_n \leq \frac{1}{n+1}$

c) Déterminer alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com
BAC